МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ

MATHEMATICAL MODELING, SYSTEMS ANALYSIS

Научная статья **УДК** 519.218.28

DOI 10.17150/2500-2759.2022.32(1).161-169

УСОВЕРШЕНСТВОВАННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭПИДЕМИЧЕСКОЙ КИНЕТИКИ И ЗАРАЖЕНИЕ SARS-COV-2 В ПОЛИКЛИНИКАХ

А.В. Боровский¹, А.Л. Галкин², Н.Н. Ильиных³, С.С. Козлова¹

- 1 Байкальский государственный университет, г. Иркутск, Российская Федерация
- ² Институт общей физики имени А.М. Прохорова Российской академии наук, г. Москва, Российская Федерация
- ^з Иркутская ордена «Знак Почета» областная клиническая больница, г. Иркутск, Российская Федерация

Информация о статье

Дата поступления 7 февраля 2022 г.

Дата принятия к печати 8 апреля 2022 г.

Дата онлайн-размещения 27 апреля 2022 г.

Ключевые слова

Математическое моделирование эпидемий; теоретические модели эпидемий; эпидемическая кинетика; скорость заражения в поликлиниках; глобальная пандемия коронавируса; эпидемия COVID-19

Аннотация

Распространение вируса SARS-CoV-2 продолжается во всем мире. Большие надежды возлагаются на вакцины, которые разрабатываются во многих ведущих научных центрах мира, в том числе и в России. В настоящее время все более актуальным становится построение эпидемических моделей. Целью данной работы является исследование усовершенствованной модели распространения эпидемии COVID-19 в населенном пункте (городе) с учетом наличия постоянного источника заражения в поликлиниках населенного пункта. Модель учитывает четыре вида членов популяции: восприимчивых, ранее не болевших вирусной инфекцией; инфицированных; выздоровевших, перенесших вирусную инфекцию, либо вакцинированных; испытавших летальный исход членов популяции. В рамках разработанной модели принимается во внимание возможность инфицирования членов популяции в интервале времени, равном скрытому инкубационному периоду заболевания, а также наличие лиц, переносящих заболевание бессимптомно. Предлагаемая модель эпидемической кинетики позволяет изучить наличие одного из постоянно действующих факторов заражения, а именно заражение людей при посещении поликлиник. Благодаря этому на практике возможно прогнозировать развитие эпидемической ситуации для введения необходимых противоэпидемических мер, что особенно актуально в условиях непрекращающейся мировой пандемии COVID-19.

Original article

IMPROVED MATHEMATICAL MODEL OF EPIDEMIC KINETICS AND SARS-COV-2 INFECTION IN OUTPATIENT CLINICS

Andrey V. Borovsky¹, Andrey L. Galkin², Nikolay N. Il'inykh³, Svetlana S. Kozlova¹

- ¹ Baikal State University, Irkutsk, the Russian Federation
- ² A.M. Prokhorov Institute of General Physics of the Russian Academy of Sciences, Moscow, the Russian Federation
- ³ Irkutsk Badge of Honor Regional Clinical Hospital, Irkutsk, the Russian Federation

Article info

Received Fabruary 7, 2022

Accepted April 8, 2022

Available online April 27, 2022

Abstract

The SARS-CoV-2 virus continues to spread throughout the world. Great hopes are put on vaccines, which are being developed in many leading scientific centers around the world, including Russia. Currently, the epidemic modelling is becoming more and more relevant. The aim of this study is to evaluate an improved model of COVID-19 epidemic spread in a locality (city) considering the presence of a permanent source of infection in polyclinics of the locality.

Keywords

Mathematical modelling of epidemics; theoretical models of epidemics; epidemic kinetics; rate of contagion in outpatient clinics; global coronavirus pandemic; COVID-19 epidemic The model includes four types of population members: susceptible, previously uninfected; infected; recovered, vaccinated, or cured; and deceased population members. The model considers the possibility that members of the population may become infected within a time interval equal to the latent incubation period of the disease, as well as the presence of asymptomatic carriers of the disease. The proposed model of epidemic kinetics makes it possible to study the presence of one of the constantly acting factors of infection, namely the contagion during visits to outpatient clinics. This allows to predict the progression of the epidemic on practice in order to administer the necessary anti-epidemic measures, which is especially relevant in the context of the ongoing global COVID-19 pandemic.

Введение

Пандемия COVID-19 опасна тем, что одновременное заболевание множества людей может привести к перегруженности системы здравоохранения с повышенным количеством госпитализаций и летальных исходов. Системы здравоохранения различных стран могут оказаться не готовы к необычайно большому количеству тяжелобольных пациентов. Наиболее важной ответной мерой по отношению к инфекции являются не лечебные мероприятия, а снижение скорости ее распространения, чтобы растянуть ее во времени и снизить таким образом нагрузку на систему здравоохранения. Для расчета вариантов возможных мер по снижению нагрузки на медицинские учреждения, а также сроков снятия карантинных мер используется математическое моделирование [1-12].

По данным многочисленных инструкций Роспотребнадзора, лечебные учреждения становятся одним из основных источников заражения коронавирусом наряду с вузами, школами, транспортом, проведением массовых мероприятий и др. В большей мере это поликлиники, в меньшей — больницы.

При моделировании распространения коронавирусной инфекции критически важно, чтобы следующие параметры наиболее близко соответствовали параметрам реальной системы:

- 1. Количество в населенном пункте восприимчивых к вирусной инфекции людей N_1 , т.е. не болевших и не вакцинированных.
- 2. Количество в населенном пункте одновременно инфицированных людей N_{γ} .
- 3. Количество граждан, переболевших вирусной инфекцией, а также прошедших вакцинацию, N_3 .
- 4. Количество граждан, испытавших летальный исход в процессе эпидемии, $N_{\scriptscriptstyle A}$.
- 5. Количество контактов, совершаемых человеком с другими людьми в течение суток (частота контактов $\frac{dn}{dt} \equiv \dot{n}$).

- 6. Длительность инкубационного периода развития болезни τ , за которым следуют госпитализация, амбулаторное лечение и для части граждан дальнейшее бессимптомное течение заболевания.
 - 7. Длительность лечения от вируса τ_{\perp} .
- 8. Частота заражения одним инфицированным лицом восприимчивых к заболеванию граждан k_{-} (измеряется в обратных сутках). Например, если $k_{-}=2$, это означает, что одно инфицированное лицо заразит в течение одних суток 2 чел.
- 9. Частота выздоровления болеющих граждан k_+ . Например, если $k_+ = \frac{1}{15}$, это означает, что среднее время выздоровления для группы пациентов составляет 15 суток.
- 10. Частота летального исхода $k_{_{\rm I}}$. Например, если $k_{_{\rm I}}=\frac{1}{50}$, это означает, что среднее время летального исхода для группы умерших пациентов равно 50 суткам.

Коронавирусная инфекция передается от человека к человеку при близком контакте, через микрокапли респираторных выделений, которые образуются, когда инфицированные люди говорят, чихают или кашляют. Также существует небольшая вероятность передачи вируса через предметы. Вопросы эпидемии коронавируса рассматриваются в [2–7].

В настоящем исследовании представлена разработка усовершенствованной эпидемической модели распространения вируса, передающегося через контакты между гражданами, с учетом постоянного источника заражения. Модель предназначена для расчета эпидемических кривых в населенных пунктах и носит название эпидемической кинетики.

Данная модель является эффективным инструментом для моделирования распространения коронавирусной инфекции и проверки изменения различных параметров при борьбе с эпидемией. Использование данной

модели позволит делать прогнозы, с помощью которых можно выбрать оптимальные методы борьбы с распространением вируса.

Модель эпидемической кинетики с глобальными переменными статистики

В рамках модели эпидемической кинетики рассматривается развитие во времени эпидемии вирусной инфекции в населенном пункте, численность населения которого составляет $N_{\rm 0}$. Популяция населенного пункта делится на четыре категории: $N_{\rm 1}$ — воспримичивые члены популяции, т.е. не болевшие и не обладающие иммунитетом; $N_{\rm 2}$ — инфицированные члены популяции; $N_{\rm 3}$ — выздоровевшие (переболевшие) либо вакцинированные члены популяции; $N_{\rm 4}$ — члены популяции, попавшие в летальную группу за все время эпидемии.

Для замкнутой популяции выполняется закон сохранения численности населения:

$$\sum_{i=1}^{4} N_i = N_0.$$
(1)

Для выполнения (1) необходимо, чтобы естественная рождаемость была равна естественной смертности населения, а скорость выезда населения равна скорости его приезда в населенный пункт. Например, численность населения Иркутска сохраняется на постоянном уровне уже 30 лет. К тому же время развития эпидемии $T \sim 2-3$ года существенно меньше времени миграционных процессов для населенных пунктов типа среднего города. Все указанные выше величины зависят от времени N(t).

Для описания эпидемии COVID-19 применяют переменные глобальной статистики¹, которыми называют численность заразившихся $N_{-}(t)$, выздоровевших $N_{+}(t)$ и умерших $N_{-}(t)$ членов популяции с момента начала эпидемии. Величины $N_{+}(t)$ и $N_{-}(t)$ совпадают с $N_{3}(t)$ и $N_{4}(t)$ в модели эпидемической кинетики:

$$N_{+}(t) \equiv N_{3}(t), N_{n}(t) \equiv N_{4}(t).$$

Переменная глобальной статистики заражений связана с параметрами эпидемической кинетики следующим образом:

$$N_1(t) + N_-(t) = N_0$$

Отсюда получим

$$N_{-}(t) = N_{2}(t) + N_{3}(t) + N_{4}(t).$$
 (2)

Видим, что количество инфицированных лиц может быть выражено через переменные глобальной статистики:

$$N_{2}(t) = N_{-}(t) - N_{+}(t) - N_{n}(t).$$

Скорость изменения количества инфицированных лиц также выражается через производные от переменных глобальной статистики:

$$\frac{dN_2(t)}{dt} = \frac{dN_-(t)}{dt} - \frac{dN_+(t)}{dt} - \frac{dN_n(t)}{dt}.$$
 (3)

Первое слагаемое в правой части описывает скорость инфицирования членов популяции, второе — скорость выздоровления, третье — скорость перехода в летальную группу. Скорость инфицирования будет определяться количеством членов популяции, которые находятся в скрытом инкубационном периоде заражения, и теми, кто переносит инфекцию бессимптомным образом:

$$\frac{dN_{-}(t)}{dt} = k_{-} \left(\int_{t-\tau}^{t} \frac{dN_{-}(t')}{dt'} K(t-t') dt' + (4) \right)$$

$$+ \gamma_1 \int_0^{t-\tau} \frac{dN_-(t)}{dt} K(t-t)dt$$

K(t-t') — ядро интегрального оператора, которое описывает уменьшение числа инфицированных лиц со временем в результате выздоровления. Вид модельной функции с крутым спадом для времени выздоровления $au_+ = 14$ суток

$$K(t) = \exp\left[-\left(\frac{t}{\tau_+}\right)^4\right]$$

представлен на рис. 1.

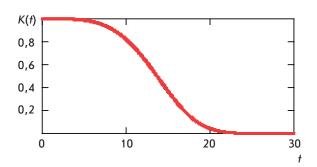


Рис. 1. Функция *K*(*t*)

¹ Коронавирус: статистика // Яндекс. URL: http://yandex.ru/covid19/stat?utm_source=main_graph&utm_source=main_notif&geold=225.

В предположении K(t) = 1 определенные интегралы в (3) раскрываются по формулам интегрирования:

$$\frac{dN_{-}(t)}{dt} = k_{-} \left(N_{-}(t) - N_{-}(t-\tau) + V_{1}N_{-}(t-\tau) \right) = k_{-} \left(N_{-}(t) - V_{1}N_{-}(t-\tau) \right).$$
(5)

Переменная глобальной статистики $N_{-}(t)$ связана с переменными эпидемической кинетики формулой (2).

Отметим, что приближение K(t)=1 является вполне обоснованным. В первом интеграле в (4) инкубационный период развития инфекции много меньше времени выздоровления больного $(\tau \ll \tau_+)$, поэтому на временах, меньших τ , ядро интегрального оператора близко к 1. Во втором интеграле предположение K(t)=1 несколько завышает результат интегрирования, однако из-за того, что переменная $N_-(t)$ монотонно растет со временем, основной вклад в интеграл дает верхний предел.

Достоинством формулы (5) является отсутствие модуля. В то же время формула (5) обеспечивает положительность производной

$$\frac{dN_{-}(t)}{dt} > 0.$$

Напомним, что доля бессимптомно болеющих лиц в общем количестве зараженных, по данным Роспотребнадзора, составляет $\gamma_1 \approx 5-15~\%$ в разных регионах.

Модель эпидемической кинетики с использованием переменных глобальной статистики приобретает следующий вид:

$$\frac{dN_{-}(t)}{dt} = k_{-} \left(N_{-}(t) - \left(1 - \gamma_{1} \right) N_{-}(t - \tau) \right) + A,$$

$$\frac{dN_{2}(t)}{dt} = k_{-} \left(N_{-}(t) - \left(1 - \gamma_{1} \right) N_{-}(t - \tau) \right) -$$

$$- k_{+} N_{2}(t) - k_{n} N_{2}(t - \tau) + A,$$

$$\frac{dN_{+}(t)}{dt} = k_{+} N_{2}(t),$$

$$\frac{dN_{n}(t)}{dt} = k_{n} N_{2}(t - \tau),$$

$$N_{1}(t) + N_{-}(t) = N_{0},$$

$$N_{-}(t) = N_{2}(t) + N_{+}(t) + N_{n}(t).$$
(6)

Здесь коэффициенты k_{\perp} , k_{\perp} , k_{\perp} имеют размерность частоты, т.е. обратного времени,

которое измеряется в сутках. Все данные в эпидемической статистике представлены в расчете за одни сутки. Численность различных категорий популяции размерности не имеет.

Величина А представляет собой скорость квазистационарных постоянно действующих источников заражения. Данная величина может медленно изменяться. Однако время такого изменения существенно больше обратных частот, присутствующих в модели, и времени скрытого инкубационного периода развития инфекции:

$$T \gg k_{-}^{-1}$$
, k_{+}^{-1} , k_{n}^{-1} , τ .

Управление эпидемией предполагает уменьшение коэффициента заражения $k_{_}$ введением противоэпидемических мер. Выключим коэффициент $k_{_}$ следующим образом:

$$k_{-in}, \ 0 < t < t',$$

$$k_{-in} - \left(k_{-in} - k_{-f}\right) \frac{t - t'}{t' - t} t' \le t \le t',$$

$$k_{-f}, \ t'' \le t.$$

Решим систему уравнений (6) с начальными условиями $N_1(0) = N_0 - 1$, $N_2(0) = 1$, $N_3(0) = 0$, $N_4(0) = 0$ на примере Иркутска. Для этого возьмем $N_0 = 6 \cdot 10^5$. Метод решения системы уравнений эпидемической кинетики с запаздыванием применялся в [6; 7].

На рис. 2 представлено решение системы уравнений (6) при условиях $N_0=6\cdot 10^5$, $\tau=7$, $\tau_+=14$, $k_{-in}=0$,2, $k_{-i}=0$, t'=10, t''=20, A=10 (нижняя сплошная кривая); $k_{-in}=0$,2, $k_{-i}=0$, t'=20, t''=50, A=10 (верхняя сплошная кривая); модель эпидемической кинетики [6] t'=20, t''=50, A=10 (точки).

Модель эпидемической кинетики (6) в сравнении с моделью, рассмотренной в [6; 7], дает для первой волны эпидемии экспоненциальный рост, затем плавный колоколообразный максимум, затем спад и выход на стационарное значение. Отличие заключается в более плавном ходе эпидемической кривой. Качественно решения по обеим моделям совпадают. Квазистационарный режим на больших временах также одинаков. Напомним, что нестационарный этап развития эпидемии продолжается около 100 дней. Далее эпидемия развивается в квазистационарном режиме и зависит в основном от динамики источника заражения А.

Скорость заражения в поликлиниках

Рассмотрим один из вкладов в источник заражения *A*, а именно скорость заражения в поликлиниках населенного пункта.

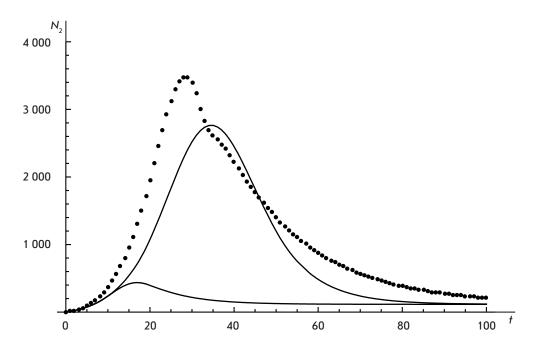


Рис. 2. Решение системы уравнений (6) при различных условиях

Будем называть городским медицинским районом часть города, граждане которого приписаны к одной поликлинике. Пусть в некоторый день t в городском медицинском районе с номером k количество инфицированных граждан составляет величину $N_2^k(t)$. Скорость изменения этой величины (3) складывается из трех величин: скоростей инфицирования, выздоровления и летального исхода. Так как заболевание имеет скрытый инкубационный период длительностью t, то число граждан в день t, у которых завершится скрытый период заболевания, будет равно

$$\frac{dN_{-}^{k}(t-\tau)}{dt}.$$

Формула показывает количество людей, которые были заражены τ дней назад и у которых болезнь проявилась в момент времени t. Часть γ_1 этих граждан продолжит болеть бессимптомно. Часть γ_2 вызовет врача на дом, а часть γ_3 пойдет в поликлинику. Поток инфицированных COVID-19 граждан в день t, которые посетят поликлинику, будет равен

$$v_3 \frac{dN_-^k(t-\tau)}{dt}.$$
 (7)

Сумма долей равна единице:

$$\sum_{i=1}^{3} \gamma_i = 1.$$

Пусть общий поток граждан, посетивших поликлинику с номером k в течение суток (пропускная способность поликлиники), составляет

$$Q^k \equiv \left(\frac{dN}{dt}\right)_k$$
.

Пропускной поток для поликлиники является постоянной величиной и зависит от количества врачей:

$$Q^k = 20 \cdot N_R^k$$

Это есть плановая мощность амбулаторно-поликлинического учреждения, которая пропорциональна числу врачей и числу посещений одного врача в смену. Как правило, поликлиника работает в две смены.

Таким образом, в поликлинике встретятся поток больных COVID-19 в количестве (7) и поток неинфицированных граждан, имеющих другие заболевания:

$$Q^{k} - \gamma_{3} \frac{dN_{-}^{k}(t-\tau)}{dt}.$$
 (8)

Последнюю величину (8) следует умножить на частоту заражения неинфицированного лица, посетившего поликлинику, и на время, проведенное в поликлинике. Тогда мы получим количество заражений за один день из числа лиц, посетивших поликлинику:

$$\left[Q^{k} - \gamma_{3} \frac{dN_{-}^{k}(t-\tau)}{dt}\right] k_{n}^{-} T. \tag{9}$$

Величина $k_{_{\Pi}}^{^{-}}$ равна числу контактов с инфицированными пациентами в единицу времени (скорость контактов), умноженному на вероятность заражения при одном контакте:

$$\begin{split} k_{\Pi}^{-} &= \frac{1}{2T_{p}} \gamma_{3} dN_{-}^{k} (t-\tau) \cdot \rho_{\text{sap}} = \\ &= \gamma_{3} \frac{\rho_{\text{sap}}}{2T_{p}} \frac{dN_{-}^{k} (t-\tau)}{dt} \cdot dt. \end{split}$$

Здесь dt=1 сутки, далее этот сомножитель опустим. В результате получим выражение для скорости инфицирования в поликлинике:

$$\left(\frac{dN_2}{dt}\right)_k = \rho_{\text{3ap}} \gamma_3 \frac{T}{2T_p} \frac{dN_-^k(t-\tau)}{dt} \times \left[Q^k - \gamma_3 \frac{dN_-^k(t-\tau)}{dt}\right].$$
(10)

С учетом того что

$$Q^{k} \approx 350 \gg \gamma_{3} \frac{dN_{-}^{k}(t-\tau)}{dt} \approx \gamma_{3} \frac{1}{M} \frac{dN_{-}(t-\tau)}{dt} \approx$$
$$\approx 0.7 \cdot \frac{1}{35} \cdot 150 = 3,$$

выражение (10) принимает окончательный вид:

$$\left(\frac{dN_2}{dt}\right)_k = \rho_{\text{sap}} \gamma_3 \frac{T}{2T_p} Q^k \frac{dN_-^k(t-\tau)}{dt}.$$
 (11)

Напомним, что в формуле (11) $p_{\text{зар}}$ — вероятность заражения восприимчивого лица при одном контакте с инфицированным лицом, γ_3 — доля заболевших граждан, которые пойдут в поликлинику, T — время, проведенное гражданином в поликлинике в ожидании приема врача, T_p — время приема врача (смена), Q^k — пропускная способность поликлиники, $\frac{dN_-^k(t-\tau)}{dt}$ — скорость инфицирования граждан в k-м медицинском районе τ дней назад, τ — инкубационный период заболевания (для COVID-19 τ = 7 дней, для штамма омикрон τ = 3 дня).

Просуммируем формулу (11) по всем поликлиникам населенного пункта. Суммарная скорость заражения во всех поликлиниках составит

$$\left(\frac{dN_2}{dt}\right)_{\Pi} = \sum_{k} \left(\frac{dN_2}{dt}\right)_{k} =$$

$$= p_{sap} \gamma_3 \frac{T}{2T_p} \sum_k Q^k \frac{dN_-^k(t-\tau)}{dt}. \quad (12)$$

Пусть количество поликлиник в населенном пункте равно *М*. Введем среднюю пропускную способность поликлиники:

$$Q = \frac{1}{M} \sum_{k} Q^{k} .$$

Представим

$$\sum_{k} Q^{k} \frac{dN_{-}^{k}(t-\tau)}{dt} =$$

$$= \sum_{k} (Q^{k} - Q + Q) \frac{dN_{-}^{k}(t-\tau)}{dt} =$$

$$= \sum_{k} Q \frac{dN_{-}^{k}(t-\tau)}{dt} + \sum_{k} \delta Q^{k} \frac{dN_{-}^{k}(t-\tau)}{dt}.$$

Далее рассмотрим формулу (12) в предположении $\delta Q^k \ll Q$:

$$\sum_{k} Q^{k} \frac{dN_{-}^{k}(t-\tau)}{dt} = Q \sum_{k} \frac{dN_{-}^{k}(t-\tau)}{dt} =$$

$$= Q \frac{dN_{-}(t-\tau)}{dt}.$$

Тогда формула (12) упрощается:

$$\left(\frac{dN_2}{dt}\right)_{\rm n} = \rho_{\rm sap} \gamma_3 \frac{T}{2T_{\rm n}} Q \frac{dN_-(t-\tau)}{dt}.$$
 (13)

Числовые оценки для города Иркутска

Параметры составляют: $\rho_{\rm зар}=0.01$ — вероятность заражения восприимчивого лица при одном контакте с инфицированным лицом, $\gamma_{\rm 3}=0.7$ — доля заболевших граждан, которые пойдут в поликлинику, $T_{\rm p}=6$ ч. Примем время ожидания приема врача в период пика эпидемии T=3 ч.

В Иркутске медицинских организаций, которые оказывают услуги поликлиник, порядка 100. Исключаем детские и стоматологические поликлиники, коммерческие медицинские центры, а также мелкие организации, в которых работает менее десяти врачей. Остается 35 взрослых поликлиник.

На основе годовой отчетности Медицинского информационно-аналитического центра Иркутской области можем увидеть, что мощность амбулаторно-поликлинических учреждений примерно 20 посещений в смену на одного врача. Всего во взрослых поликлиниках Иркутска работает 612 терапевтов.

По данным Иркутскстата, численность населения Иркутской области на 1 января $2021 \, \text{г.} - 2\,375\,021$ чел., а численность населения Иркутска — $617\,515$ чел.²

Один терапевт приходится примерно на тысячу населения³. Суммарная пропускная способность всех терапевтических отделений поликлиник составляет 612 · 20 = 12 240. Средняя пропускная способность терапевтического отделения одной поликлиники

$$Q = 20 \cdot \frac{N_{\rm B}}{M} = \frac{12 \ 240}{35} \cong 350 \frac{\text{чел.}}{\text{сутки}}.$$

Определим скорость заражения в Иркутске с помощью процентного соотношения. По Иркутской области на 21 декабря 2021 г., по данным оперштаба по коронавирусу, подтвержденных случаев инфицирования (+575), в том числе: госпитализировано (159), выздоровело (+864), умерло (+23). Следовательно, на 21 декабря 2021 г. по городу скорость инфицирования COVID-19 составит 575 / 2 375 021 х × 617 515 \approx 150 чел. в сутки.

Если мы хотим подсчитать скорость заражения населения в поликлиниках Иркутска со сдвигом на неделю, т.е. 28 декабря, то нужно использовать цифру для скорости заражения в городе на 21 декабря, т.е. 150 чел. в сутки.

Получим на 28 декабря скорость заражения в поликлиниках:

$$\left(\frac{dN_2}{dt}\right)_{\rm n} = \rho_{\rm sap} \gamma_3 \frac{T}{2T_{\rm p}} Q \frac{dN_-(t-\tau)}{dt} =$$

$$= 0.01 \cdot 0.7 \cdot \frac{3}{2 \cdot 6} \cdot 350 \cdot 150 = 92 \frac{{\rm чел.}}{{\rm сутки}}.$$

Интересно отметить, что перед скоростью заражения стоит универсальный коэффициент

$$\left(\frac{dN_2}{dt}\right)_{\Pi} = 1,225 \frac{T}{T_p} \cdot \frac{dN_-(t-\tau)}{dt},$$

который означает, что при $\frac{T}{T_{\rm p}}=0.5$ порядка 60 % новых заражений осуществляется в поликлиниках населенного пункта со сдвигом по времени на одну неделю. Если уменьшить

время ожидания приема у терапевта, скажем, до 1 ч, то коэффициент 0,61 уменьшится в 3 раза — до 0,2, т.е. до 20 %. Если уменьшить время ожидания приема врача до 15 мин, то скорость заражения в поликлиниках уменьшится до 5 % от ежедневной общегородской (с лагом в неделю).

Выводы

В работе представлена усовершенствованная модель эпидемической кинетики (6) для населенного пункта. По сравнению сранее опубликованной моделью [6; 7] усовершенствованная модель:

- использует переменные глобальной статистики;
- выражение для количества граждан, участвующих в инфицировании популяции населенного пункта, записано в виде интегрального оператора;
- усовершенствованная модель эпидемической кинетики получена в предположении постоянного ядра для интегрального оператора. Она отличается от более ранней модели видом раскрытого интеграла;
- проведено моделирование первой волны эпидемии для Иркутска в рамках усовершенствованной модели. Качественно решение мало отличается от решения по более ранней модели. Асимптотики решений совпадают.

В работе рассмотрена скорость заражения в поликлиниках населенного пункта. Получена формула (13), описывающая скорость заражения в поликлиниках. В результате проведенного исследования с учетом данных на 21 декабря 2021 г. мы выяснили, что при посещении поликлиник каждый день в конце декабря в Иркутске заражалось по 90 чел. Доля данного фактора заражения составляет 60 % от ежедневного прироста. Для того чтобы подавить указанный источник развития эпидемии, необходимо разделить потоки инфицированных и восприимчивых людей в поликлиниках. Это можно сделать, во-первых, с помощью организационных мер, для чего в поликлиниках необходимо ввести электронные очереди и сократить время ожидания врача до 15 мин; во-вторых, путем кардинальной перестройки поликлиник, учитывающей разделение потоков больных и выздоровевших граждан, наличие электронной очереди и увеличенную дистанцию между посетителями. Второй путь требует значительных финансовых вложений.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кольцова Э.М. Математическое моделирование распространения эпидемии коронавируса COVID-19 в Москве / Э.М. Кольцова, Е.С. Куркина, А.М. Васецкий. — DOI 10.33693/2313-223X-2020-7-1-99-105 // Computational Nanotechnology. — 2019. — Т. 7, № 1. — С. 99—105.

² Официальная статистика // Иркутскстат. URL: https://irkutskstat.gks.ru/ofstatistics.

³ Медицинский информационно-аналитический центр Иркутской области. URL: https://miac-io.ru.

- 2. Тамм М.В. Коронавирусная инфекция в Москве: прогнозы и сценарии / М.В. Тамм. DOI 10.17749/2070-4909.2020.13.1.43-51 // Фармакоэкономика. Современная фармакоэкономика и фармакоэпидемиология. 2020. 1.3, № 1.3, № 1.3, №
- 3. Иванов М.В. Математическое моделирование процесса пандемии. Теория и практика / М.В. Иванов // ИРСИ. 2020. URL: https://indsi.ru/2020/04/30.
- 4. Головинский П.А. Математическое моделирование распространения вирусов с длинной инкубационной фазой в тесном мире / П.А. Головинский. DOI 10.17308/sait.2020.2/2909 // Вестник Воронежского государственного университета. Сер.: Системный анализ и информационные технологии. 2020. № 2. C.5-14.
- 5. Modeling the Spatiotemporal Epidemic Spreading of COVID-19 and the Impact of Mobility and Social Distancing Interventions / A. Arenas, W. Cota, J. Gómez-Gardeñes [et al.]. DOI 10.1103/Phys-RevX.10.041055 // Physical Review X. 2020. Vol. 10. P. 041055.
- 6. Боровский А.В. Модель квазистационарной эпидемической кинетики / А.В. Боровский, А.Л. Галкин. DOI 10.17150/2500-2759.2021.31(2).221-229 // Известия Байкальского государственного университета. 2021. Т. 31, № 2. С. 221–229.
- 7. Borovsky A.V. Model of Epidemic Kinetics with a Source on the Example of Moscow / A.V. Borovsky, A.L. Galkin // Computational and Mathematical Methods in Medicine. Vol. 2022. URL: https://doi.org/10.1155/2022/6145242.
- 8. Riyapan P. A Mathematical Model of COVID-19 Pandemic: A Case Study of Bangkok, Thailand / P. Riyapan, S.E. Shuaib, A. Intarasit. DOI 10.1155/2021/6664483 // Computational and Mathematical Methods in Medicine. 2021. Vol. 2021. P. 6664483.
- 9. A new Hepatitis B Model in light of Asymptomatic Carriers and Vaccination Study through Atangana-Baleanu Derivative / X.-P. Li, N. Gul, M.A. Khan [et al.] // Results in Physics. 2021. Vol. 29. P. 104603.
- 10. A Dynamical Study of SARS-COV-2: A Study of third Wave / X.-P. Li, Y. Wang, M.A. Khan [et al.]. DOI 10.1016/j.rinp.2021.104705 // Results in Physics. 2021. Vol. 29. P. 104705.
- 11. A Vigorous Study of fractional Order COVID-19 Model via ABC Derivatives / X.-P. Li, H.A. Bayatti, A. Din, A. Zeb. DOI 10.1016/j.rinp.2021.104737 // Results in Physics. 2021. Vol. 29. P. 104737.
- 12. Mathematical Modeling and Optimal Control of the COVID-19 Dynamics / Z.-H. Shen, Y.-M. Chu, M.A. Khan [et al.]. DOI 10.1016/j.rinp.2021.105028 // Results in Physics. 2021. Vol. 31. P. 105028.

REFERENCES

- 1. Koltsova E.M., Kurkina E.S., Vasetsky A.M. Mathematical Modeling of the COVID-19 Spread in Moscow. *Computational Nanotechnology*, 2019, vol. 7, no. 1, pp. 99–105. (In Russian). DOI: 10.33693/2313-223X-2020-7-1-99-105.
- 2. Tamm M.V. Coronavirus Infection in Moscow: Predictions and Scenarios. Farmakoekonomika. Sovremennaya farmakoekonomika i farmakoepidemiologiya = Pharmacoeconomics. Modern Pharmacoeconomics and Pharmacoepidemiology, 2020, vol. 13, no. 1, pp. 43–51. (In Russian). DOI: 10.17749/2070-4909.2020.13.1.43-51.
- 3. Ivanov M.V. Mathematical Modeling of the Pandemic Process. Theory and Practice. *IRSI = INDSI*, 2020. Available at: https://indsi.ru/2020/04/30. (In Russian).
- 4. Golovinski P.A. Mathematical Modeling of Long Incubation Phase Virus Spread in a Confined World. Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Sistemnyi analiz i informatsionnye tekhnologii = Voronezh State University Bulletin. Series: Complex Analysis and Information Technologies, 2020, no. 2, pp. 5–14. (In Russian). DOI: 10.17308/sait.2020.2/2909.
- 5. Arenas A., Cota W., Gómez-Gardeñes J., Gómez S., Granell C., Matamalas J.T., Soriano-Paños D., Steinegger B. Modeling the Spatiotemporal Epidemic Spreading of COVID-19 and the Impact of Mobility and Social Distancing Interventions. *Physical Review X*, 2020, vol. 10, pp. 041055.
- 6. Borovsky A.V., Galkin A.L. Quasi-stationary epidemic kinetics model. *Izvestiya Baikal' skogo gosudarst-vennogo universiteta* = *Bulletin of Baikal State University*, 2021, vol. 31, no. 2, pp. 221–229. (In Russian). DOI: 10.17150/2500-2759.2021.31(2).221-229.
- 7. Borovsky A.V., Galkin A.L. Model of Epidemic Kinetics with a Source on the Example of Moscow. Computational and Mathematical Methods in Medicine, vol. 2022. URL: https://doi.org/10.1155/2022/6145242.
- 8. Riyapan P., Shuaib S.E., Intarasit A. A Mathematical Model of COVID-19 Pandemic: A Case Study of Bangkok, Thailand. *Computational and Mathematical Methods in Medicine*, 2021, vol. 2021, pp. 6664483. DOI: 10.1155/2021/6664483.
- 9. Li X.-P., Gul N., Khan M.A., Bilal R., Ali A. A new Hepatitis B Model in light of Asymptomatic Carriers and Vaccination Study through Atangana-Baleanu Derivative. *Results in Physics*, 2021, vol. 29, pp. 104603.
- 10. Li X.-P., Wang Y., Khan M.A., Alshahrani M.Y., Muhammad T. A Dynamical Study of SARS-COV-2: A Study of third Wave. Results in Physics, 2021, vol. 29, pp. 104705. DOI: 10.1016/j.rinp.2021.104705.
- 11. Li X.-P., Bayatti H.A., Din A., Zeb A. A Vigorous Study of fractional Order COVID-19 Model via ABC Derivatives. *Results in Physics*, 2021, vol. 29, pp. 104737. DOI: 10.1016/j.rinp.2021.104737.
- 12. Shen Z.-H., Chu Y.-M., Khan M.A., Muhammad S., Al-Hartomy A., Higazy M. Mathematical Modeling and Optimal Control of the COVID-19 Dynamics. *Results in Physics*, 2021, vol. 31, pp. 105028. DOI: 10.1016/j.rinp.2021.105028.

Информация об авторах

Боровский Андрей Викторович — доктор физико-математических наук, профессор, кафедра математических методов и цифровых технологий, Байкальский государственный университет, г. Иркутск, Российская Федерация, e-mail: andrei-borovskii@mail.ru.

Галкин Андрей Леонидович — доктор физико-математических наук, научный сотрудник, Институт общей физики имени А.М. Прохорова Российской академии наук, г. Москва, Российская Федерация, e-mail: galkin@kapella.gpi.ru.

Ильиных Николай Николаевич — заместитель главного врача, Иркутская ордена «Знак Почета» областная клиническая больница, г. Иркутск, Российская Федерация, e-mail: ilinykh nn@iokb.ru.

Козлова Светлана Сергеевна — аспирант, кафедра математических методов и цифровых технологий, Байкальский государственный университет, г. Иркутск, Российская Федерация, e-mail: kozlova_ ss@iokb.ru.

Вклад авторов

Все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Для цитирования

Усовершенствованная математическая модель эпидемической кинетики и заражение SARS-CoV-2 в поликлиниках / А.В. Боровский, А.Л. Галкин, Н.Н. Ильиных, С.С. Козлова. — DOI 10.17150/2500-2759.2022.32(1).161-169 // Известия Байкальского государственного университета. — 2022. — Т. 32, N 1. — С. 161–169.

Authors

Andrey V. Borovsky — D.Sc. in Physics and Mathematics, Professor, Department of Mathematical Methods and Digital Technologies, Baikal State University, Irkutsk, the Russian Federation, e-mail: andrei-borovskii@mail.ru.

Andrey L. Galkin — D.Sc. in Physics and Mathematics, Researcher, A.M. Prokhorov Institute of General Physics of the Russian Academy of Sciences, Moscow, the Russian Federation, e-mail: galkin@kapella.gpi.ru.

Nikolay N. Il'inykh — Deputy Chief Doctor, Irkutsk Badge of Honor Regional Clinical Hospital, Irkutsk, the Russian Federation, e-mail: ilinykh nn@iokb.ru.

Svetlana S. Kozlova — Ph.D. Student, Department of Mathematical Methods and Digital Technologies, Baikal State University, Irkutsk, the Russian Federation, e-mail: kozlova ss@iokb.ru.

Contribution of the authors

The authors contributed equally to this article. The authors declare no conflicts of interests.

For Citation

Borovsky A.V., Galkin A.L., Il'inyh N.N., Kozlova S.S. Improved Mathematical Model of Epidemic Kinetics and SARS-CoV-2 Infection in Outpatient Clinics. Izvestiya Baikal' skogo gosudarstvennogo universiteta = Bulletin of Baikal State University, 2022, vol. 32, no. 1, pp. 161–169. (In Russian). DOI: 10.17150/2500-2759.2022.32(1).161-169.